10. Gruppenübung zur Differentialalgebra II

Prof. Dr. Plesken **(SS 06/07)**

Aufgabe 1. **(**$\mathrm{Kern}(\bigwedge \varphi)$**)** (4 Punkte)
Beweise Lemma 2.105.

Aufgabe 2. **(**Koszul**-Homologie)** (4 Punkte)
Zeige, daß $I := f(L) \trianglelefteq R$ die Koszul-Homomolgie annihiliert, also $H_\bullet(f)$ und $H_\bullet(f, M)$ Moduln über R/I sind.

Aufgabe 3. **(Kokettenabbildung zwischen** Koszul**-Komplexe)** (4 Punkte)
Seien L, L' zwei R- Moduln mit einer Linearform $f' : L' \to R$. Ein R-Modulhomomorphismus $\varphi : L \to L'$ induziert einen R-Algebrenhomomorphismus

$$\wedge\varphi : \bigwedge L \to \bigwedge L'.$$

Dieser induziert einen Homomorphismus der Koszul-Komplexe $K_\bullet(f'\varphi) \to K_\bullet(f')$.

Aufgabe 4. **(Dualisierung)** (4 Punkte)
Zeige für $I, J \subseteq \{1, \ldots, n\}$ mit $|I| = i$ und $|J| = n - i$ gilt:

$$\omega_i(e_I)(e_J) = \sigma(I, J)$$

mit σ wie in Lemma 2.107. Oder, wenn wir die zu den e_I duale Basis mit e_I^* bezeichnen,

$$\omega_i(e_I) = \sigma(I, \{1, \ldots, n\} - I)e_I^*.$$

Abgabe: Donnerstag, den 05.07.07, in der Übungsgruppe.