

# 1. Gruppenübung zur Vorlesung Liegruppen I

Prof. Dr. Plesken

(WS 2002/03)

## Aufgabe 1. (Kreuzprodukt)

Zeige, z.B. mit Hilfe einer bekannten Formel aus der Schulzeit, dass das Kreuzprodukt die Jacobiidentität erfüllt.

## Aufgabe 2. (Derivationsalgebra)

Zeige, dass für eine beliebige Algebra  $A$ ,  $(\text{Der}(A), [,])$  eine Liealgebra der Liealgebra  $(\text{End}(A), [,])$  ist.

Ist insbesondere  $A$  eine Liealgebra, so ist  $\text{ad} : A \rightarrow \text{Der}(A)$ ;  $X \mapsto \text{ad}(X)$  ein Liealgebrenhomomorphismus. Bestimme Kern und Bild. Zeige, dass  $\text{ad}(A)$  ein Lie-Ideal von  $\text{Der}(A)$  ist.

## Aufgabe 3. (Exponentialabbildung)

Beweise: Ist  $[X, Y] = 0$  für zwei quadratische Matrizen  $X$  und  $Y$ , so gilt:

$$\exp(X + Y) = \exp(X) \exp(Y).$$

Gilt dies allgemein?

## Aufgabe 4. (Exponentialabbildung)

Finde eine Methode, um für eine allgemeine Matrix  $X$ ,  $\exp(X)$  auszurechnen. Berechne konkret  $\exp(X)$  für

$$X = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix},$$

bzw.

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

**Abgabe:** Donnerstag, 24.10.2002, in der Übung.